



متوسط

۱۱۱- حاصل عبارت  $2 - \frac{\sqrt{1+\sqrt{3}} + \sqrt{\sqrt{3}-1}}{\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}$  کدام است؟

$\sqrt{6}$  (۴)

$2\sqrt{3}$  (۳)

$-\sqrt{6}$  (۲)

$-2\sqrt{3}$  (۱)

عبارت را به توان ۲ می رسانیم تا رادیکال خارج بشود و آن جذری می کنیم

$$\frac{1 + \sqrt{3} + \sqrt{3} - 1 + 2\sqrt{(1+\sqrt{3})(\sqrt{3}-1)}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{1} \xrightarrow{\text{جذر}} \sqrt{2}(\sqrt{3}+\sqrt{2}) = \sqrt{6} + 2$$

$$\sqrt{6} + 2 - 2 = \sqrt{6}$$

۱۱۲- برای چند عدد طبیعی  $n$ ، بازه  $(\frac{3-n}{2}, \frac{n+3}{n})$  شامل فقط یک عدد صحیح است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$h=1 \rightarrow (1, 2) \times$$

$$h=2 \rightarrow (\frac{1}{2}, \frac{5}{2}) \times \{1, 2\}$$

$$h=3 \rightarrow (0, 2) \rightarrow \{1\} \checkmark$$

$$h=4 \rightarrow (-\frac{1}{2}, \frac{7}{4}) \rightarrow \{0, 1\} \times$$

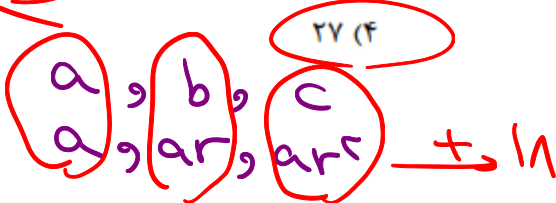


۱۱۳- اگر  $a$  و  $b$  و  $c$  سه جمله نخست یک دنباله هندسی بوده و مجموع آنها ۱۸ باشد، مجموع چهار جمله  $\frac{1}{4}a + 2b$

$\frac{3}{4}c$  و  $a - \frac{1}{4}b$  کدام است؟

- (۱) ۱۲
- (۲) ۱۸
- (۳) ۲۴
- (۴) ۲۷

۱۸



$$\frac{1}{4}a + 2ar + \frac{3}{4}ar^2 + a - \frac{1}{4}ar =$$

$$\frac{3}{4}a + \frac{3}{4}ar + \frac{3}{4}ar^2 = \frac{3}{4}(a + ar + ar^2) = \frac{3}{4} \cdot 18 = 27$$

۱۱۴- مجموعه جواب نامعادله  $(2a+3)x^2 + (4b-5)x + 4c+1 < 0$  به صورت بازه  $(a, +\infty)$  است. اگر  $b$  عدد طبیعی

باشد، مقدار  $\frac{a}{c}$  کدام است؟

$$\frac{a}{c} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2} = 0,5$$

- (۱)  $\frac{1}{2}$
- (۲)  $-\frac{1}{2}$
- (۳)  $\frac{2}{3}$
- (۴)  $-\frac{2}{3}$

صاف

چون بازه در سمت راست طرف است پس ضرایب ضابطی باشد یعنی  $2a+3=0 \rightarrow a = -\frac{3}{2}$   $(-\frac{3}{2}, +\infty) = (-\frac{3}{2}, +\infty)$  کارش معادله درجه ۱

$$(4b-5)x + 4c+1 < 0$$

پس خط نزولی است پس

$$4b-5 < 0 \rightarrow b < \frac{5}{4} \rightarrow b = 1$$

$$\frac{-1}{2} \rightarrow \text{ریشه ضابطی} \rightarrow (4x-5)(-\frac{3}{2}) + 4c+1 = 0$$

$$\frac{3}{2} + 4c+1 = 0$$

$$4c + \frac{5}{2} = 0 \rightarrow 4c = -\frac{5}{2} \rightarrow c = -\frac{5}{8}$$



115- نمودار تابع  $y = 3 - \sqrt{2x}$  را ابتدا یک واحد در امتداد محور  $x$  ها در جهت منفی و سپس قرینه آن نسبت به محور  $x$  ها را 5 واحد در امتداد محور  $y$  ها در جهت مثبت انتقال می دهیم. طول نقطه برخورد نمودار تابع جدید با تابع ثابت

$f(x) = \frac{y}{2}$  کدام است؟

ساده

$\frac{1}{16}$  (4)

$\frac{1}{8}$  (3)

$\frac{1}{4}$  (2)

$\frac{1}{2}$  (1)

1 مبتدئ  $\rightarrow 3 - \sqrt{2(x+1)}$

2 تجربی  $\rightarrow -3 + \sqrt{2(x+1)}$

$\xrightarrow{+5} 2 + \sqrt{2(x+1)} = \frac{y}{2}$

$2(x+1) = \frac{9}{4} \rightarrow x+1 = \frac{9}{8} \rightarrow \boxed{x = \frac{1}{8}}$

متوسط

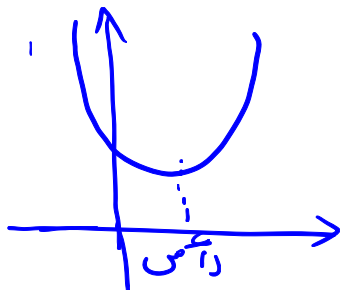
116- به ازای چند مقدار صحیح  $m$ ، نقطه مینیمم تابع  $y = x^2 - mx + 2 - m$  در ناحیه اول محورهای مختصات قرار دارد؟

(4) 3

(3) 2

(2) 1

(1) صفر



$\frac{m}{2} > 0 \rightarrow \boxed{m > 0}$

$\Delta < 0 \rightarrow \begin{cases} m^2 - 1 + 4m < 0 \\ m^2 + 4m - 1 < 0 \end{cases}$

- $m = 1$  ✓
- $m = 2$  ✗
- $m = 3$  ✗

فقط  $m = 1$  می توان داشته





119- وارون تابع  $y = x^2 + \sqrt{b-ax}$  خط  $y = x - 4$  را در نقطه  $(a, -1)$  قطع می‌کند. مقدار  $a - b$  کدام است؟

ساده

4 (4)

2 (3)

-4 (2)

-2 (1)

$$-1 = a - 4 \rightarrow a = 3$$

$$(3, -1) \in f^{-1}$$

$$(-1, 3) \in f \rightarrow 3 = (-1)^2 + \sqrt{b - 3(-1)}$$

$$3 = 1 + \sqrt{b + 3} \rightarrow 4 = b + 3$$

$$\boxed{b = 1}$$

$$a - b = 3 - 1 = \boxed{2}$$

120- تابع  $f(x) = \begin{cases} |x+2|+1 & x \leq -2 \\ \Delta m - mx & x > -2 \end{cases}$  روی  $\mathbb{R}$  نزولی است. اگر بازه  $[a, b]$ ، حدود مقادیر  $m$  باشد، مقدار  $a + b$  کدام است؟

صغری



چون نزولی است به ازای  $m = -2$  تابع  $\Delta m - mx$  باید کوچکتر مساوی باشد

$$\Delta m + 2m \leq 1$$

$$\sqrt{m} \leq 1$$

$$\boxed{m \leq \frac{1}{\sqrt{2}}}$$

همچنین باید فریب  $m$  یعنی  $-m$  منفی باشد یعنی  $-m < 0 \rightarrow \boxed{m > 0}$

$$\boxed{m \geq 0}$$

$$0 < m \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$a + b = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



ساده

۱۲۱- چند جمله‌ای  $f(x) = x^3 - 3x^2 + ax + 8$  بر  $x+2$  بخش پذیر است. مقدار  $a$  کدام است؟

۲,۵ (۴)

-۲,۵ (۳)

۱,۵ (۲)

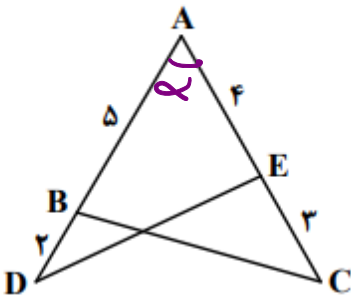
-۱,۵ (۱)

$$a = -2 \rightarrow f(-2) = (-2)^3 - 3(-2)^2 + a(-2) + 8 = 0$$

$$-8 + 12 - 2a + 8 = 0$$

$$-2a - 3 = 0 \rightarrow a = -1,5$$

۱۲۲- در شکل زیر، اختلاف مساحت مثلث‌های  $ABC$  و  $ADE$  برابر  $1,75$  است.  $\tan \hat{A}$  کدام مقدار زیر است؟



$$S_{ABC} - S_{ADE} = 1,75$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ (۱)}$$

$$\frac{1}{2} \times 5 \times 5 \times \sin \alpha - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin \alpha = 1,75$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ (۳)}$$

$$\sqrt{2} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{2} \sin \alpha = \frac{1,75}{100} = \frac{1}{2}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$\tan 30 = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$



بردش توابع ساده

$$123 - \text{حاصل عبارت } \frac{\sin \frac{11\pi}{12} + \cos \frac{11\pi}{12}}{\sin \frac{11\pi}{12} - \cos \frac{11\pi}{12}} \text{ کدام است؟}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad \frac{1}{\sqrt{3}} \quad -\sqrt{3} \quad \sqrt{3}$$

$$\frac{\sin \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12}}{\sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12}}$$

$$\frac{2\sqrt{2} - 2}{2\sqrt{2} + 2} = \frac{2(\sqrt{2} - 1)}{2(\sqrt{2} + 1)} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

ساده

124 - فرم کلی جواب‌های معادله  $\cos 2x = \sin(\frac{2\pi - 2x}{2})$  به کدام صورت است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

$$\frac{k\pi}{3} + \pi \quad \frac{2k\pi + \pi}{3} \quad 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad 2k\pi \pm \pi$$

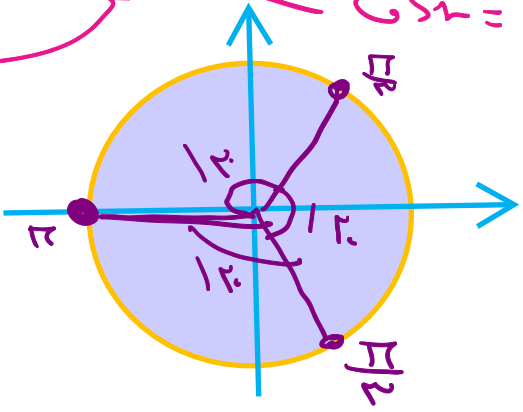
$$\cos 2x = \sin(\frac{2\pi}{2} - 2x) = -\cos 2x$$

$$2\cos^2 x - 1 = -\cos 2x$$

$$2\cos^2 x + \cos 2x - 1 = 0$$

$$\cos 2x = -1 \rightarrow x = 2k\pi + \pi$$

$$\cos 2x = \pm \frac{1}{2} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$$





ساده

۱۲۵- معادله  $2^{|x|} = (0,25)^{x^2-x}$  چند جواب دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

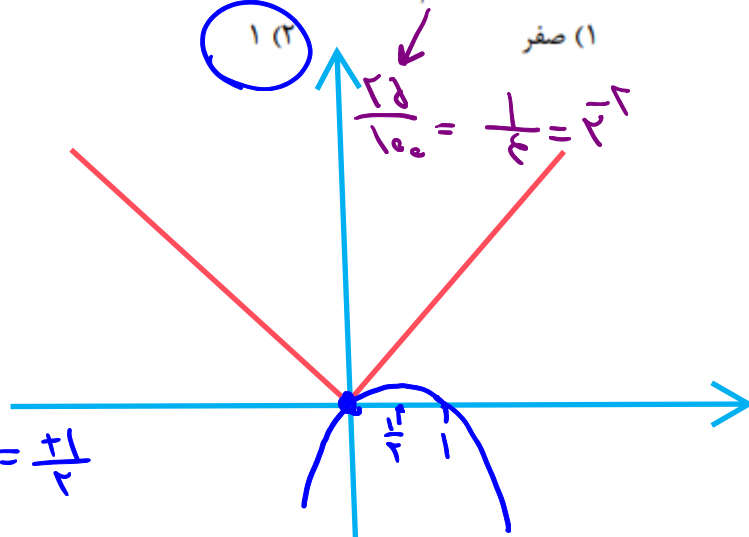
۱ (۲)

صفر (۱)

$$2^{|x|} = 2^{-2x^2+2x}$$

$$2^{|x|} = 2^{-2x^2+2x}$$

$$|x| = -2x^2 + 2x \rightarrow \text{مربعی} = \frac{1}{2}$$



ساده

۱۲۶- میانگین و واریانس چهار عدد a, b, c, d به ترتیب ۳ و ۱,۵ است. واریانس داده‌های a, b, c, d و ۵ کدام است

۱,۸۴ (۴)

۱,۶۵ (۳)

۰,۹۴ (۲)

۰,۷۵ (۱)

واریانس = (مجموع مربعات) / تعداد - فرمول روم واریانس

$$\frac{a^2+b^2+c^2+d^2}{4} - 9 = \frac{3}{4} \rightarrow a^2+b^2+c^2+d^2 = 42$$

$$\sigma^2 = \frac{a^2+b^2+c^2+d^2+5d}{5} - \left(\frac{17}{5}\right)^2 = \frac{97}{5} - \frac{289}{25} = \frac{46}{25} = 1,84$$



ساده

۱۲۷- برای چند عدد طبیعی، ریشه دوم عبارت  $\frac{1-a}{9-3a}$  وجود ندارد؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

$$\frac{1-a}{9-3a} \leq 0$$



۲ عدد

[۱ و ۳)

۲، ۳

ریشه دوم وجود ندارد

ساده

۱۲۸- حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} [Ax^2 - x]$  کدام است؟

۴) وجود ندارد.

۳) صفر

۲) -۱

۱) ۱

$$\begin{aligned} \rightarrow -\frac{1}{2}^+ \quad \lim [x(1-x^2-1)] &= \left[ \left(-\frac{1}{2}\right)^+ (1-\frac{1}{4}-1) \right] = -1 \\ \rightarrow -\frac{1}{2}^- \quad \lim [x(1-x^2-1)] &= \left[ \left(-\frac{1}{2}\right)^- (1-\frac{1}{4}-1) \right] = -1 \end{aligned}$$



$$4 - 2k > 0 \rightarrow \boxed{2 > k}$$

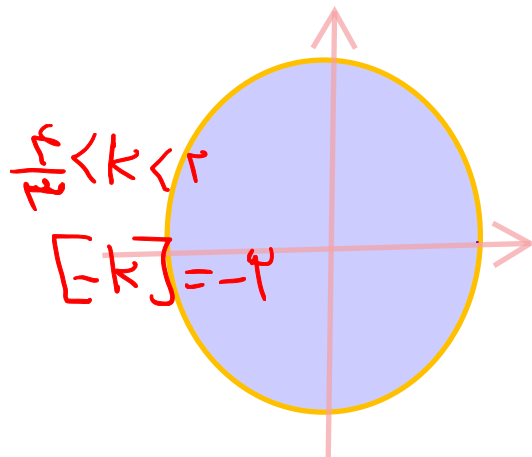
متروما

۱۲۹- اگر  $\lim_{x \rightarrow -2\pi} \frac{4+k[\frac{x}{\pi}]}{\sin x} = +\infty$  باشد، مقدار  $[-k]$  کدام است؟

$$\xrightarrow{-2\pi^+} \lim_{x \rightarrow -2\pi^+} \frac{4+k[-2^+]}{\sin(-2\pi)^+} = +\infty$$

$$\xrightarrow{-2\pi^-} \lim_{x \rightarrow -2\pi^-} \frac{4+k[-2^-]}{\sin(-2\pi)^-} = +\infty$$

$$4 - 2k < 0 \rightarrow \boxed{k > \frac{4}{2}}$$



۱۳۰- به ازای چند مقدار  $a$ ، تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} x+a & x \geq a \\ a-x & x < a \end{cases}$  روی  $\mathbb{R}$  پیوسته است؟

سالانه

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

$$\frac{3}{a+a} = \frac{2}{2a} = 0 \quad \text{صفر مقدار}$$



۱۳۱- آهنگ متوسط تغییر تابع  $f(x) = 1 - \frac{a}{x}$  در بازه  $[1, 3]$  با آهنگ لحظه‌ای تغییر این تابع در نقطه‌ای با کدام طول

برابر است؟  $(a \neq 0)$

ساده

$$\frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{1 - \frac{a}{3} - (1 - \frac{a}{1})}{2} = \frac{9}{2}$$

لحظه‌ای  $f'(x) = + \frac{a}{x^2}$

$$\frac{9}{2^2} = \frac{9}{x^2} \rightarrow x = \sqrt{3}$$

ساده

۱۳۲- نمودار تابع  $f(x) = x^2 + ax - b$  در نقطه‌ای به طول ۲ بر محور x مماس است. مقدار  $b - a$  کدام است؟

$$-16 - (-12) = -4$$

$$(2, 0) \rightarrow f(2) = 0 \rightarrow 4 + 2a - b = 0$$

$$2a - b = -4$$

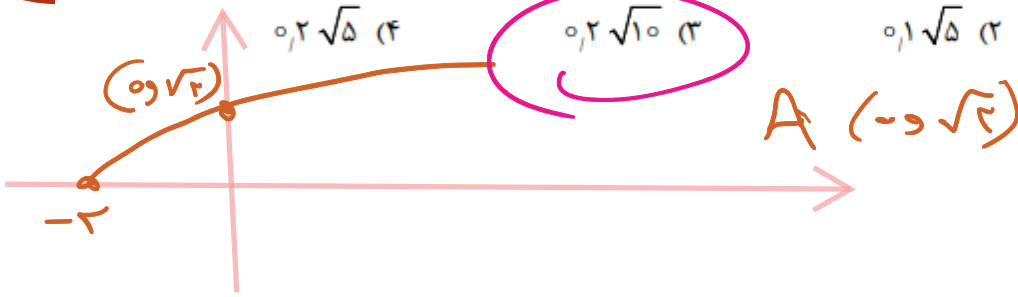
$$f'(x) = 0 \rightarrow 2x + a = 0$$

$$2(2) + a = 0 \rightarrow a = -4$$

$$-2(4) - b = -4 \rightarrow b = -16$$



۱۳۳- نقطه A، نقطه برخورد تابع  $y = \sqrt{x+2}$  با محور عرض‌ها است. کمترین فاصله نقطه A از منحنی  $y = x + |x|$  کدام است؟



ساده

$$\begin{cases} x > 0 \rightarrow y = 2x \rightarrow -2x + y = 0 \\ x < 0 \rightarrow y = 0 \end{cases}$$

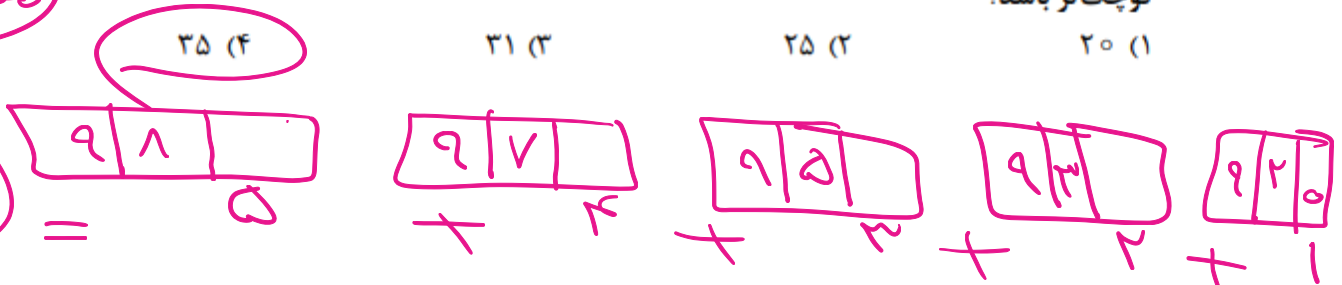
فاصله نقطه از خط

$$d = \frac{|-2(0) + \sqrt{2}|}{\sqrt{4+1}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$$

$$d = \frac{\sqrt{10}}{5} = 2\sqrt{10}$$

۱۳۴- با ارقام ۰، ۲، ۳، ۵، ۷، ۸، ۹ چند عدد سه رقمی می‌توان نوشت که هر رقم از رقم قبل از خود (سمت چپ) کوچک‌تر باشد؟

متوسطاً



$$8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 10$$

$$7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 6$$

$$5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 3$$

$$3 + 2 + 1 = 1$$

۱۸ حالت



۱۳۵- در پرتاب ۱ تاس و ۳ سکه، با کدام احتمال تعداد دفعاتی که سکه رو می آید ۳ برابر عدد روی تاس است؟

متویما

$$\frac{1}{16} \text{ (۴)} \quad \frac{1}{48} \text{ (۳)} \quad \frac{1}{24} \text{ (۲)} \quad \frac{1}{8} \text{ (۱)}$$

$$n(S) = 2 \times 2^3 = 48$$

باید سکه ۳ تاس هم رو باشد پس  $\frac{1}{8}$  و تاس  $\frac{1}{6}$

$$\frac{1}{8} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{48}$$

متویما

۱۳۶- احتمال اینکه نیلوفر در درس ریاضی قبول شود  $\frac{2}{3}$  احتمال آن است که دوستش در این درس قبول شود. اگر احتمال

آنکه فقط دوستش در درس ریاضی قبول شود برابر  $\frac{2}{8}$  باشد، با کدام احتمال هیچ کدام در درس ریاضی قبول نمی شوند؟

نیلوفر

$$\frac{1}{4} \text{ (۴)} \quad \frac{2}{4} \text{ (۳)} \quad \frac{1}{8} \text{ (۲)} \quad \frac{3}{8} \text{ (۱)}$$

$$P(A) = \frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{3}$$

$$P(B) = 2 = \frac{2}{1}$$

$$P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{8}$$

$$P(A \cap B) = 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

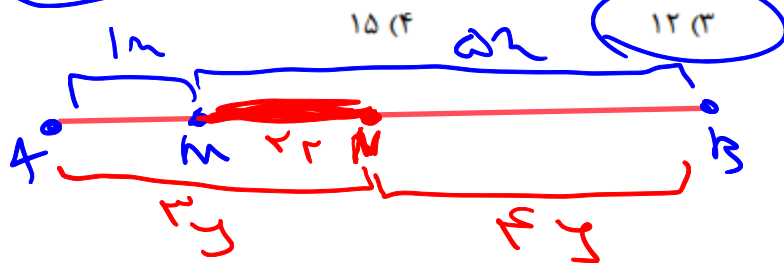
$$2 - \frac{4}{3} \times 2 = \frac{2}{3} \rightarrow \Delta = 1 - 4 \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{2}{3}\right) = 0$$

$$\frac{2}{3} \times 2 - 2 + \frac{2}{3} = \dots \quad 2 = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{4/12} = \frac{3}{2}$$

$$1 - P(A \cup B) = 1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$



۱۳۷- نقاط M و N روی پاره خط AB قرار دارند. نقطه M پاره خط AB را به نسبت ۱ به ۵ و نقطه N این پاره خط را به نسبت ۳ به ۴ تقسیم می کند. اگر  $MN = ۲۲$  و هر دو نقطه به یک سر پاره خط نزدیک تر باشند، مجموع ارقام طول پاره خط AB چقدر است؟



$$AB = 9a = 7y \rightarrow a = \frac{7y}{9}$$

$$AN = AM + MN$$

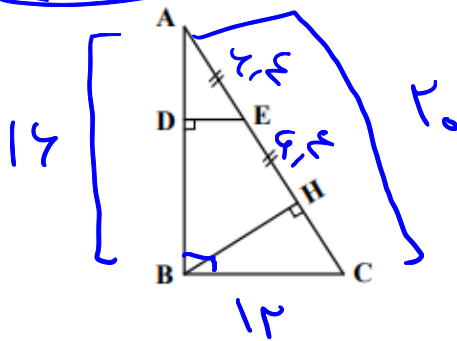
$$7y = 9a + 22$$

$$7y = \frac{7y}{9} + 22 \rightarrow \frac{11}{9}y = 22 \rightarrow y = 18$$

$$AB = 7y = 126 \xrightarrow{\text{ارقام مجموع}} ۱۲ \quad a = 14$$

متوسط

۱۳۸- در شکل زیر،  $AB = ۱۶$ ،  $BC = ۱۲$  و زاویه قائمه است. طول DE کدام است؟



- ۳,۸۴ (۱)
- ۲,۶۴ (۲)
- ۲,۳۶ (۳)
- ۱,۹۲ (۴)

$$BC^2 = CH \times AC$$

$$144 = CH \times 20$$

$$CH = 7,2 \rightarrow AH = 12,8$$

جزء به کل  $\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \rightarrow \frac{7,2}{20} = \frac{DE}{12}$

$$DE = 3,84$$



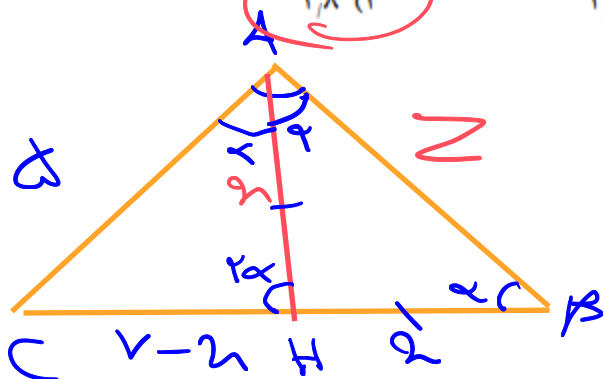
۱۳۹- در مثلث ABC، اندازه زاویه  $\hat{A}$  دو برابر زاویه  $\hat{B}$  است. اگر  $AC = 5$  و  $BC = 7$  باشد، اندازه ضلع AB کدام است؟

۴٫۸ (۴)

۴٫۷۵ (۳)

۵٫۲۵ (۲)

۵٫۲ (۱)



تقریباً دستوار

$\triangle ABC \sim \triangle ACH \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{v}{5} = \frac{5}{v-n} \rightarrow 5x - 5v = 2x$   
 $3x = 5v \Rightarrow x = \frac{5v}{3}$

$\frac{5x}{3} = \frac{v}{5} \rightarrow x = \frac{3v}{5} = 4.8$

$n = \frac{24}{5}$

۱۴۰- خط  $l$  در نقطه  $(-3, -4)$  بر دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات مماس است. اگر خط عمود بر  $l$  در ناحیه دوم بر این

دایره مماس باشد، حاصل ضرب طول و عرض مختصات نقطه برخورد دو خط کدام است؟

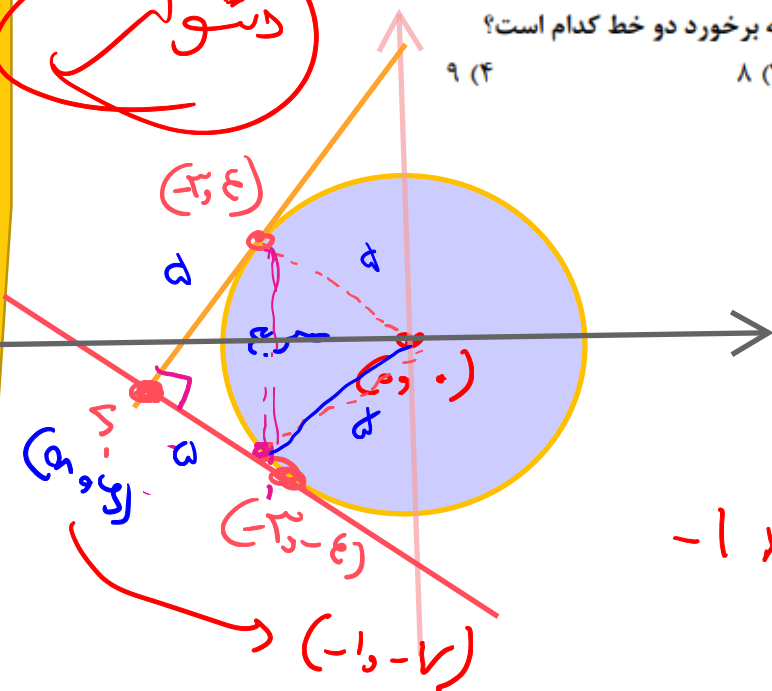
۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

دستوار



$-1 \times (-7) = 7$